“Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает возможность правильно мыслить и рассуждать”.

Галилео Галилей

Тема урока: «Решение треугольников»

Цели урока:

- систематизировать и обобщить знания учащихся по теме «Треугольники». Познакомить учащихся с методами решения треугольников, закрепить знание теорем о сумме углов треугольника, синусов, косинусов, теоремы Пифагора, научить применять их в ходе решения задач.
- способствовать формированию умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию, анализировать условие задачи, составлять модель решения.
- способствовать развитию умений и навыков применять математические знания к решению практических задач, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.
- содействовать воспитанию интереса к математике, активности.

Задачи урока:

1. Систематизировать полученные знания
2. Научить учащихся находить главное
3. Продолжить воспитание у учащихся уважительного отношения друг к другу.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Форма урока: урок-поиск.

Оборудование: мультимедиапроектор, таблицы Брадиса, таблицы-памятки для заполнения учащимися, модели треугольников для исследований, чертёжные инструменты.

Содержание этапов урока	Виды и формы работы
1. Организационный момент.	1. Приветствие учащихся. 2. Постановка целей урока и знакомство учащихся с темой урока урока.
2. Обобщение и коррекция опорных знаний по теме «Треугольник»	Теоретический опрос. Повторение некоторого теоретического материала

	по теме: «Треугольник».
3. Изучение нового материала. 3.1. Решение четырех видов задач по теме. Нахождение трех элементов треугольника по трем известным. *Работа с текстом по группам* 3.2.Решение задач на нахождение неизвестных элементов треугольника по трем известным. 3.3. Заполнение таблицы формул.	Работа в группах. Решение осуществляется по составленной учителем программе. Каждая группа решает задачу одного вида. Каждой группе предлагается треугольник, для которого нужно измерить три элемента, а остальные вычислить. Каждому учащемуся в начале работы выдавалась таблица, которую в конце работы учащиеся должны заполнить.
4. Закрепление изученного. Деятельность учащихся по самостоятельному применению знаний и умений при решении геометрических задач	Решение практических задач
5. Подведение итогов урока	Рефлексия
6. Домашнее задание	

Ход урока

1. Организационный момент (2 мин)

- Здравствуйте, ребята и наши уважаемые гости. Сегодня у нас пройдет открытый урок по геометрии по теме « Решение треугольников». На сегодняшнем уроке мы повторим материал, изученный вами на предыдущих уроках по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника», вспомним новую формулу нахождения площади треугольника, теоремы синуса и косинуса, узнаете, что значит «решить треугольник» и познакомитесь с методами решения треугольников.

- Итак, тема нашего урока «Решение треугольников».

2. Обобщение и коррекция опорных знаний по теме «Решение треугольников» (10 мин)

- Прежде чем мы приступим к изучению нового материала, немного повторим ранее изученное.

Теоретический опрос у доски: записать на доске определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника, формулы площади треугольника, *теорему Пифагора, формулы приведения, теорему синусов, косинусов(с целью обобщения и систематизации знаний и использования как опорно-наглядный материал в течение урока).*

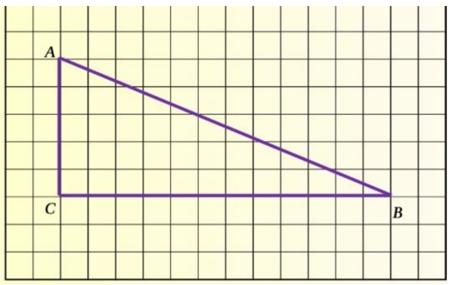
В это время с остальными учащимися проводится опрос с места на определение истинности утверждения и правильности формулировок определений (подготовка к восприятию нового материала). Повторение некоторого теоретического материала по теме: «Треугольник» (Подготовка к ОГЭ)

1) В треугольнике против угла в 150° лежит большая сторона. (И)
2) В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен 60°.(И)
3) Существует треугольник со сторонами: 2 см, 7 см, 3 см. (Л)
4) Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты. (И)
5) Если один из углов при основании равнобедренного треугольника равен 50°, то угол, лежащий против основания, равен 90°.(Л)
6) Если острый угол прямоугольного треугольника равен 60°, то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы. (И)
7) В равностороннем треугольнике все высоты равны. (И)
8) Сумма длин двух сторон любого треугольника меньше третьей стороны. (Л)
9) Существует треугольник с двумя тупыми углами. (Л)
10) В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.(И)
11) Если сумма двух углов меньше 90°, то треугольник тупоугольный. (И)
12) По теореме косинусов можно определить вид треугольника.(И)
13) В треугольнике KLN, KL=8,4 см, LN=13,2 см, KN=7,5 см. Угол L треугольника наибольший. (Л)

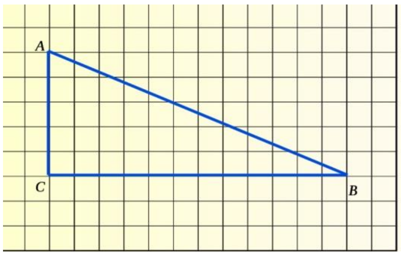
14. Стороны треугольника 10см, 12см, 7см. Угол, противолежащий стороне 7см тупой.(Л)

<u>Решение задач ОГЭ по готовым чертежам</u>

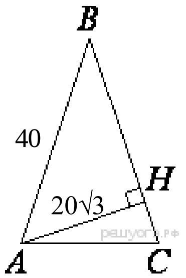
1. Найдите тангенс угла A треугольника ABC, изображенного на рисунке, размер клетки 1см x 1см



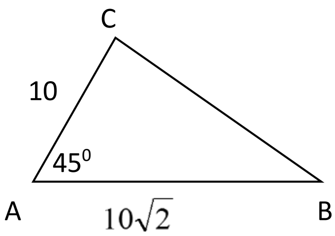
2. Найдите синус угла A треугольника ABC, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см



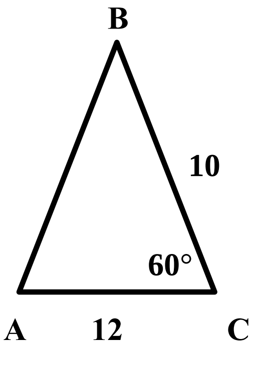
3. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $20\sqrt{3}$, а сторона AB равна 40. Найдите sin B.



4. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{2}$, а угол между ними равен 45^0 . Найдите площадь треугольника.



5. Задан треугольник *ABC*, где *AC=12*, *BC=10* и ∠ACB=60°. Найдите значение *AB*.



3. Изучение нового материала (15 мин)

- Во всяком треугольнике есть 6 основных элементов: 3 стороны и 3 угла. В теме “Решение треугольников” ставится вопрос о том, как, зная одни из основных элементов, найти другие.

Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (т. е. трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник.

Решение данных задач основано на использовании теорем синуса и косинуса, теоремы о сумме углов треугольника.

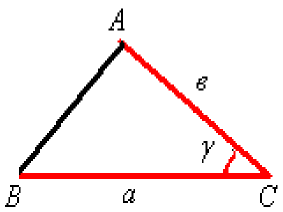
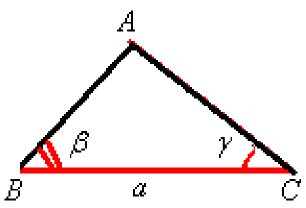
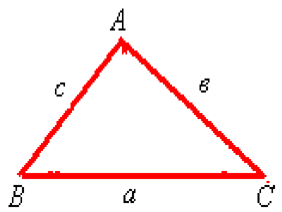
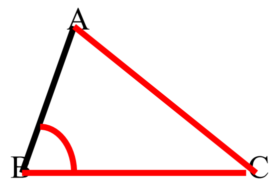
Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

Мы рассмотрим 4 задачи на решение треугольника (каждая группа получит свою задачу)

- решение треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам;
- решение треугольника по трем сторонам.
- Решение треугольника по двум сторонам и противолежащему к одной из них углу.

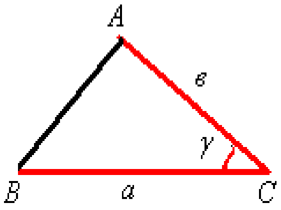
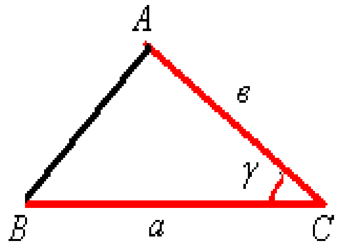
При этом будем пользоваться следующими обозначениями для сторон треугольника *ABC: AB = c, BC =a, CA=b.*

- У вас на столах лежат таблицы-памятки, которые к концу урока вы заполните.

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам	Решение треугольника по двум сторонам и противолежащему к одной из них углу.
			

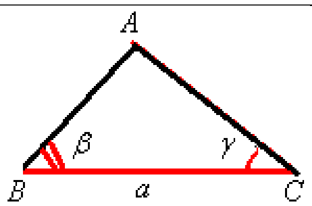
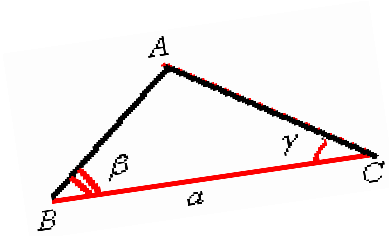
Класс разбит на четыре группы. Каждый ученик группы под своим номером. (Каждой группе выдаются модели геометрических фигур, инструменты, программы для решения задач, происходит коллективный разбор решения задачи).

Группа 1. Решить треугольник по двум сторонам и углу между ними

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Дано: ΔABC,
a=12см,
в=8см,
$\angle$C=60°=γ;;
Найти: AB = c,
$\angle$B= β
$\angle$A=α</td>
<td>Измерьте с помощью инструментов три выделенных элемента вашего треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления измерением.</td>
<td>Дано:

Найти:</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">1)Сторону находим по теореме косинусов,
$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$
c =
c ≈</td>
<td colspan="2">1)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">2) По теореме косинусов находим косинус α
$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} =$
$\cos\alpha \approx$
$\alpha \approx$ по Таблице Брадиса</td>
<td colspan="2">2)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника:
$\angle$B= β = 180 -</td>
<td colspan="2">3)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Ответ:</td>
<td colspan="2">Ответ:</td>
</tr>
</table>

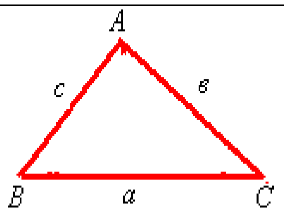
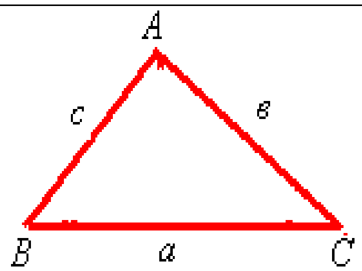
Группа 2. Решите треугольник по стороне и прилежащим к ней углам

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Дано: ΔABC,
a=5см, $\angle$B=β =30°
$\angle$C=45°=γ;
Найти: AB = c,
AC=в; $\angle$A=α.</td>
<td>Измерьте с помощью инструментов три выделенных элемента вашего треугольника, вычислите остальные, проверьте свои</td>
<td>Дано:

Найти:</td>
</tr>
</table>

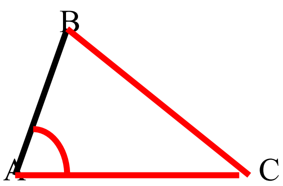
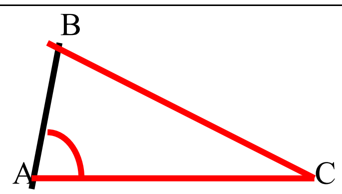
		вычисления измерением.	
1) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle$A=α=180° -		1)	
2)По теореме синусов находим сторону b: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}$ $b=a\times\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=5\frac{\sin 30}{\sin 105}\approx$		2)	
3) По теореме синусов находим сторону c; $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\gamma}$ $c=a\times\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=5\frac{\sin 45}{\sin 105}\approx$		3)	
Ответ:		Ответ:	

Группа 3. Решить треугольник по трем сторонам.

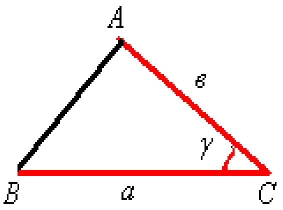
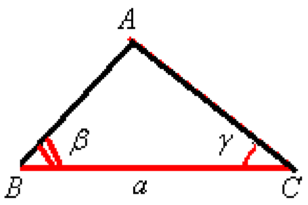
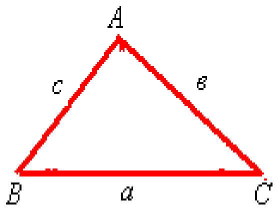
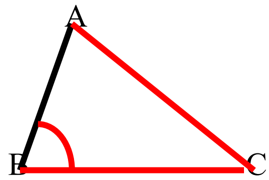
	Дано: ΔABC, a=2см, в=3см; c=4см Найти: $\angle$B=β; $\angle$A=α;$\angle$C=γ;	 Измерьте с помощью нструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления.	
1) По теореме косинусов находим косинус α $\cos\alpha=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=$ $\cos\alpha\approx$ $\alpha\approx$ по Таблице Брадиса		1)	

2) По теореме косинусов находим косинус β $\cos\beta = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac} =$ $\cos\beta \approx$ $\beta \approx$ по Таблице Брадиса	2)
3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\gamma =$	3)
Ответ:	Ответ:

Группа 4. Решить треугольник по двум сторонам и углу, прилежащему к одной из сторон

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Дано: ΔABC, a=6см, в=8см, $\angle$A=α =30°<hr>Найти: AB = c, $\angle$B= β $\angle$C=γ</td>
<td>
Измерьте с помощью инструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">1)По теореме синусов находим синус угла B;
$\sin\beta = \dfrac{b}{a} \times \sin\alpha$
$\sin\beta = \dfrac{8}{6} \times \sin 30 \approx 0.667$ Этому значению
соответствуют два угла; $\beta_1 \approx 42° и \beta_2 \approx 138°$ °</td>
<td colspan="2">1)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">2) Если $\beta_1 \approx 42°$, то $\gamma_1 = 180° - \alpha - \beta = 108°$ °
Если $\beta_2 \approx 138°.\gamma_2 = 180° - \alpha - \beta = 12°$</td>
<td colspan="2">2)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3) По теореме синусов находим третью сторону:
Если $\gamma_1 = 108°$, $c_1 = \dfrac{a \times \sin\gamma_1}{\sin\alpha} \approx$,
4) Если $\gamma_2 = 12°$,то
$c_2 \approx$</td>
<td colspan="2">3)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Ответ:</td>
<td colspan="2"></td>
</tr>
</table>

После данной работы, представитель от каждой группы составляет план решения задач своего типа. Остальные учащиеся записывают это в таблицу-памятку.

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам	Решение треугольника по двум сторонам и противолежащему к одной из них углу.
			
$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$ $\cos\alpha=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\beta = 180° - (\alpha+\gamma)$	$\alpha = 180° - (\gamma+\beta)$ $b=\dfrac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$ $c=\dfrac{a\sin\gamma}{\sin\alpha}$	$\cos\alpha=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\cos\gamma=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$ $\beta = 180° - (\alpha+\gamma)$	$\sin\beta=\dfrac{b}{a}\times\sin\alpha$ $\gamma=180°-\alpha-\beta$ $c=\dfrac{a\times\sin\gamma}{\sin\alpha}$

<u>Релаксация</u>

Упражнение "Путешествие в волшебный лес"

Звучит расслабляющая музыка.

- "Представьте, что вы сейчас в лесу, где много деревьев, кустарников и всевозможных цветов. В самой чаще стоит белая каменная скамейка, присядем на неё. Прислушайтесь к звукам. Вы слышите пение птиц, шорохи трав. Почувствуйте запахи: пахнет влажная земля, ветер доносит запах сосен. Запомните свои ощущения, чувства, захватите их с собой, возвращаясь из путешествия. Пусть они будут с вами весь день."

4. Закрепление изученного (10 мин)

<u>Историческая справка:</u>

Зачем нужны эти задачи? В Древней Греции, наряду с блестящим развитием теоретической геометрии, научных методов исследования и логических доказательств, большое значение имела прикладная геометрия. Римляне вообще занимались лишь одной практической и прикладной стороной математики, необходимой для землемерия, строительства городов, технических и военных сооружений.

Нить практической геометрии тянулась от вавилонян и древних египтян через Герона вплоть до новых времён.

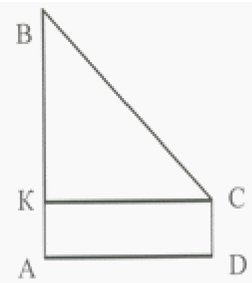
В 16 – 17 веках всё более развивающаяся промышленность и торговля требуют удовлетворения, в первую очередь, практических нужд. Появление первых инструментов и аппаратов для научных исследований (термометра, телескопа, барометра, микроскопа и др.) вызвало интерес к практической стороне науки и особенно к практической геометрии, которая нужна была для военных целей, мореплавания, строительства и землемерия. В этот период появляется много руководств по геометрии, в которых излагаются правила, формулы и рецепты для решения тех или иных практических задач.

Решение задач практического характера (количество решаемых задач зависит от оставшегося времени)

Задача № 1. Пожарная лестница, стоящая на машине, может быть выдвинута на 20 м, а её крутизна может достигать 70^0. Основание лестницы находится на высоте 2 м. До какого этажа можно по ней добраться, если высота этажа 3 м?

Дано: $BC = 20м, \quad \angle C = 70^0, \quad AK = 2м, \quad h = 3м$

Найти: n.



Решение.

h – *высота этажа,* n – *количество этажей.*

Из прямоугольного ΔBKC: $\sin C = \dfrac{BK}{BC}$

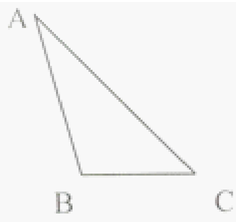
$BK = BC \cdot \sin C, \quad BK = 20 \cdot \sin 70^0 = 18{,}79 \approx 19\ (м)$

$AB = AK + KB, \quad AB = 2 + 19 = 21\ (м)$

$n = AD : h, \quad n = 21 : 3 = 7$

Ответ: можно добраться до 7-го этажа.

Задача № 2. Спортивный самолёт летит по замкнутому треугольному маршруту. Два угла этого треугольника равны 60^0 и 100^0. Сторону, лежащую против третьего угла, он пролетел за 1 час. За сколько времени он пролетит весь маршрут, сохраняя постоянную скорость?



Дано: $\Delta ABC, \quad \angle B = 100^0, \quad \angle C = 60^0, \quad BC = 1.$

Найти: P_{ABC}

Решение

$P_{ABC} = AB + BC + AC.$

$\angle A = 20^0$, *по теореме о сумме углов треугольника.*

$$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{1 \cdot \sin 10^0}{\sin 20^0} = \frac{0{,}1736}{0{,}3420} \approx 0{,}01$$

$$AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{1 \cdot \sin 60^0}{\sin 20^0} = \frac{0{,}866}{0{,}342} \approx 2{,}53$$

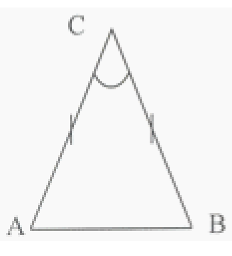
$P = 2{,}53 + 1 + 0{,}01 = 3{,}54 \approx 4.$

Ответ: за 4 часа самолёт пролетит весь маршрут.

Задача № 3. Найдите длину отрезка, в концы которого упираются ножки циркуля-измерителя, длиной 15 см, если они образуют угол в 30^0.

Дано: $\Delta ABC, \quad AC = CB = 15см, \quad \angle C = 30^0$

Найти: $AB.$



Решение

По теореме косинусов $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C.$

$$AB = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{450 - 225\sqrt{3}} \approx 7{,}8\ (см).$$

Ответ: 7,8 см.

Дополнительная задача. Для украшения новогодней елки высотой 6 м с двух противоположных сторон на расстоянии 4 м от елки вбили в землю два металлических полукольца. Какой должна быть длина тросов, протянутых от верхушки елки к полукольцам? Радиусом колец пренебречь. Найти угол наклона троса.

4. **Итоги (5 мин)**
   -Что значит решить треугольник? (Найти его неизвестные элементы по известным)
   - Какое количество элементов должно быть известно, чтобы задача была решена?
   - Какие типы задач рассмотрели?
   - Какие теоремы используются при решении треугольников?

5. **Задание на дом (на карточках) (1 мин)**

1) Задача. «Две планки длиной 35см и 42см скреплены одним концом. Какой угол между ними надо взять, чтобы расстояние между другими концами планок равнялось 24см?»

2) №1025 (б, г)
3) параграф 103-104

6. **Рефлексия (2 мин)**

Знания способны весь мир перевернуть.
Там, где есть желание, всегда найдётся путь!
– Перед вами правильный, прямоугольный и остроугольный треугольники. Если у вас на уроке все получалось правильно, то поднимите фигуру правильного треугольника, если остались от урока положительные эмоции, урок был интересным – покажите прямоугольный треугольник, если в течение урока возникали проблемы – поднимите остроугольный треугольник.